

№ 1. Найти интеграл. $\int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{x^2-4x+7}}$

Решение

Выделим из квадратного трехчлена полный квадрат: $x^2-4x+7=(x-2)^2+3$. Введем новую переменную: $z=x-2$, тогда $dx=dz$, получим:

$$\begin{aligned} \int \frac{(x+4)dx}{\sqrt{x^2-4x+7}} &= \int \frac{(z+6)dz}{\sqrt{z^2+3}} = \int \frac{zdz}{\sqrt{z^2+3}} + 6 \int \frac{dz}{\sqrt{z^2+3}} = \frac{1}{2} \int (z^2+3)^{-\frac{1}{2}} d(z^2+3) + 6 \int \frac{dz}{\sqrt{z^2+3}} = \sqrt{z^2+3} + 6 \ln \left| z + \sqrt{z^2+3} \right| + c = \\ &= \sqrt{x^2-4x+7} + 6 \ln \left| x-2 + \sqrt{x^2-4x+7} \right| + c. \end{aligned}$$

Ответ: $\sqrt{x^2-4x+7} + 6 \ln \left| x-2 + \sqrt{x^2-4x+7} \right| + c.$