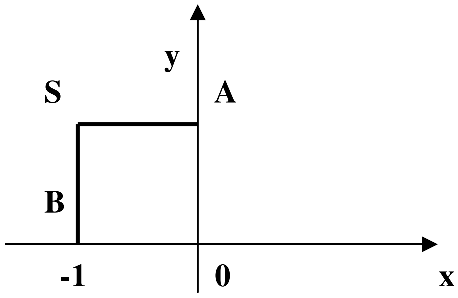
Вычислить криволинейный интеграл $\int\limits_{BSA}(x+y)dx - ydy$ **по незамкнутой линии BSA (см. рис)**



непосредственно и с использованием формулы Грина (BSA – смежные стороны квадрата)

РЕШЕНИЕ

Непосредственно:

Разобьем заданный интеграл на два:

$$\int\limits_{BSA}(x+y)dx - ydy = \int\limits_{BS}(x+y)dx - ydy + \int\limits_{SA}(x+y)dx - ydy = \int\limits_{0}^{1} - ydy + \int\limits_{-1}^{0}(x+1)dx =$$

$$= -\frac{y^2}{2}\Big|_0^1 + \frac{x^2}{2} + x\Big|_{-1}^{0} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} + 1 = 0$$

По формуле Грина:

Дополним контур до замкнутого ASBO. По формуле Грина:

$$\int\limits_{ASBO}(x+y)dx - ydy = \int\limits_{ASB}(x+y)dx - ydy + \int\limits_{BO}(x+y)dx - ydy + \int\limits_{OA}(x+y)dx - ydy =$$

$$= \iint\limits_{D}\left(\frac{\partial(-y)}{\partial x} - \frac{\partial(x+y)}{\partial y}\right) = \iint\limits_{D}(-1)dxdy = -\int\limits_{0}^{1}dy\int\limits_{-1}^{0}dx = -\int\limits_{0}^{1}dy = -1$$

$$\int\limits_{BO}(x+y)dx - ydy = \int\limits_{-1}^{0}xdx = \frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0} = -\frac{1}{2}$$

$$\int\limits_{OA}(x+y)dx - ydy = \int\limits_{0}^{1} - ydy = -\frac{y^2}{2}\Big|_0^1 = -\frac{1}{2}$$

Итого: $\int\limits_{ASB}(x+y)dx - ydy \; -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$, следовательно $\int\limits_{ASB}(x+y)dx - ydy = 0$

$$\int\limits_{BSA}(x+y)dx - ydy = -\int\limits_{ASB}(x+y)dx - ydy = 0$$